

Dérivabilité et trigonométrie

Exercice N°1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ et ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1/ Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; interpréter graphiquement les résultats

2/ Soit la droite $D : y = 2x - 1$

a) Montrer que D est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$

b) Etudier la position de ζ_f par rapport à D pour $x > 1$

3/a) Déterminer le domaine de dérivabilité de f et calculer $f'(x)$

b) Dresser le tableau de variation de f

Exercice N°2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & \text{si } x \in]-\infty, 0] \\ x\sqrt{x}-1 & \text{si } x \in]0, +\infty[\end{cases}$

On désigne par ζ_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1/ Montrer que f est continue en 0

2/ f est-elle dérivable en 0 ?

3/ Déterminer une équation cartésienne de la tangente à ζ_f au point d'abscisse 1

4/ Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 1]$. Interpréter graphiquement le résultat

Exercice N°3

I- Soit $T(x) = 1 + \cos 2x - 2\sqrt{3} \cos x \sin x$

1/ calculer $T(0)$; $T(5\pi)$ et $T(-\frac{\pi}{6})$

2/ Montrer que $T(x) = 1 + 2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$

3/ Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[0, \pi]$ l'équation $T(x) = 1 - \sqrt{3}$

II- Résoudre dans $[0, 2\pi[$ les inéquations :

a) $2\sin x + \sqrt{3} \geq 0$; b) $\sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{5}) \leq -\sqrt{3}$

Exercice N°4

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j})

On considère le carré $OABC$ de centre S tel que les coordonnées cartésiennes respectives de A et C sont $(1, \sqrt{3})$ et $(-\sqrt{3}, 1)$

1/ Déterminer les coordonnées polaires des points A et C

2/ Faire une figure

3/ déterminer les coordonnées polaires de B et S